Bonjour, cette capsule fait partie d'une websérie réalisée dans le cadre du projet MathéRéaliser. Il s'agit d'un projet qui s'intéresse à l'utilisation du matériel de manipulation, plus particulièrement dans le cadre l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques au primaire.

Il a débuté grâce à un travail collaboratif avec des personnes qui enseignent au primaire du 1er au 3^{e} cycle. Chacune des capsules traite d'un sujet en lien avec l'utilisation du matériel. Parfois on y présente des tâches, parfois des réflexions sur des enjeux liés à cette utilisation.

Je m'appelle Doris Jeannotte et je suis professeure de didactique des mathématiques à l'UQAM. Et je suis Claudia Corriveau, professeure de didactique des mathématiques à l'Université Laval.

Bon visionnement!

Aujourd'hui, nous allons aborder le thème des fractions à l'aide de l'activité Douzièmes. Cette tâche a été développée dans le cadre du projet MathéRéaliser en collaboration avec sept personnes qui enseignent au 2^{e} et 3^{e} cycle.

C'est une tâche qui permet de travailler le sens de la fraction « partie d'un tout » et aussi de mettre en relation différentes fractions d'un même tout. Dans cette capsule, nous allons nous intéresser aux choix qu'on peut faire dans l'enseignement pour faire varier les raisonnements des élèves.

La tâche Douzièmes consiste à fournir des blocs mosaïques ou encore Pattern Blocks aux élèves. La valeur en fraction d'une seule pièce va être fixée à l'avance et on va demander aux élèves de représenter avec le matériel une autre fraction du même tout.

Dans cette tâche, les élèves vont travailler en équipe de deux pour favoriser le dialogue. Nous avons fait le choix de limiter le matériel. En fait, les élèves vont recevoir uniquement six triangles verts, trois parallélogrammes bleus, deux trapèzes rouges et trois hexagones jaunes.

Ce qu'on va demander par exemple, ici, c'est aux élèves de représenter, avec les blocs mosaïques, le 1/3 d'un tout dont le 1/12 est représenté par exemple par la pièce verte. Autrement dit, si le triangle vert vaut 1/12, on lui demande de représenter le ⅓ du même tout. Si c'est la pièce bleue qui vaut 1/12, on va lui demander de représenter le 1/3 du même tout et là on s'amuse à faire varier les douzièmes comme ça.

C'est donc dire qu'on a fait le choix ici qu'il soit impossible pour les élèves de reconstituer le tout, de deux façons en fait, premièrement en répétant une même pièce douze fois, mais aussi qu'il soit tout simplement impossible de reconstituer le tout dans la mesure où parfois il n'y aura pas assez de pièces. Alors, les élèves vont être amenés à trouver d'autres façons de faire que de passer par le tout pour déterminer le 1/3.

Donc, c’était la première série de questions, mais nous en proposons d’autres, au moins 4 autres séries, dans lesquelles les fractions vont varier. Par exemple, dans la deuxième série, une pièce représente toujours 1/12, ça, ça n’a pas changé, mais la fraction du tout recherché n’est plus ⅓. Dans la troisième série de questions, la pièce connue vaut toujours 1/12, mais la fraction à représenter n’est plus une fraction unitaire comme c’est le cas dans les séries 1 et 2. Comme on le voit ici, 15/12 ça va même être une fraction impropre.

Finalement, dans la dernière série, les fractions connues et celles à représenter varient. Au fil de l’activité, il y a des fractions impropres, des fractions plus petites que 1/12, et éventuellement des fractions qui n’ont pas au dénominateur des multiples ou diviseurs de 12.

Donc qu’est-ce que les élèves vont faire ? Ils vont raisonner de différentes façons pour résoudre la tâche. Par exemple, si la pièce verte représente 1/12 et qu’on cherche à représenter le ¼ du même tout, certains élèves vont reconstituer le tout au complet, donc ici on aurait deux hexagones jaunes et ensuite, ils vont le partager en 4 parties égales ou de même surface. Les élèves vont alors dire que le ¼ c’est un trapèze rouge ou encore trois triangles verts selon les pièces qu’ils auront pris pour faire leur partage. D’autres vont constater qu’un hexagone en fait représente la moitié d’un tout. Ainsi, ils vont être capables de déduire que le 1/4 sera représenté par la moitié de l’hexagone, c’est-à-dire un trapèze rouge.

Dans le cas où c’est la pièce jaune qui représente, par exemple, ⅖ et qu’on doit représenter le 1/15 du même tout, certains élèves vont, par exemple, trouver la représentation de 1/5. Si on sait que ça (la pièce jaune) c'est 2/5, la moitié ce sera 1/5. Ils vont reconstituer le tout avec cinq parties égales donc deux hexagones et un trapèze, qu'ils vont subdiviser en quinze parties égales pour retrouver le 1/15. D'autres vont par exemple dire si j'ai la moitié ici qui est 1/5, pour retrouver 1/15 c'est trois fois plus petit donc en divisant le 1/5 en 3, ils vont pouvoir déduire que le 1/15 sera représenté par la pièce verte, le triangle vert.

On a déjà vu que différents choix ont été faits, on va peut-être en parler un peu davantage. Ces choix-là sont importants. Le premier choix, en fait, qui ne ressort pas de notre description c'est le fait que les élèves puissent laisser ou non des traces écrites. Nous on a fait le choix que les élèves ne puissent pas laisser de traces écrites parce que, lorsque les élèves utilisent papier et crayon, si la pièce rouge par exemple vaut 1/12, ils vont juste reproduire douze fois la pièce et ensuite partager la collection selon la fraction voulue. Cette stratégie-là n'est pas possible si on n'a pas de traces écrites et ça permet aux élèves de passer par d'autres raisonnements qu'uniquement celui qui consiste à reconstituer le tout. L'élève pourrait par exemple comparer des pièces l'une avec l'autre comme on a pu décrire un peu précédemment.

L'idée de laisser ou non des traces écrites est directement liée à un deuxième choix, soit celui de limiter la quantité de matériel à utiliser. On pourrait penser, par exemple, qu'au deuxième cycle, 3^{e}-4^{e} année, faire cette activité-là en laissant les élèves utiliser une quantité illimitée de matériel, les élèves pourraient alors chaque fois reconstituer le tout pour trouver la fraction à représenter. Or, à notre avis, au deuxième cycle, ça devient intéressant de limiter le matériel dans le but de complexifier la tâche et de favoriser la mobilisation, comme Doris vient de le dire, d'autres raisonnements :

comme la comparaison entre les parties d'un même tout, différentes parties d'un même tout.

Un dernier choix qui est important, c'est le choix des fractions et la manière aussi d'organiser le retour en grand groupe. Donc on a vu qu'on avait fait une progression dans le choix des fractions à comparer et cela va amener une évolution dans les raisonnements des élèves. Puis, pour ce qui est du retour en grand groupe, le fait de ne pas avoir laissé de traces au cours de l'activité va favoriser la discussion en grand groupe. En effet, comme ils ne peuvent pas le représenter, certains élèves vont avoir peut-être choisi des façons différentes ou des pièces différentes pour représenter leur solution ou la même fraction d'un tout. Le reste du groupe pourra être amené à valider l'équivalence de ces représentations-là, de ces fractions-là. Par exemple si trois triangles valent 3/12 et un trapèze qui vaut ¼, est-ce que c'est équivalent ou non et comment on pourrait justifier l'équivalence entre ces deux représentations.

Alors voilà, ça fait le tour de la description de l'activité Douzièmes. Si jamais vous voulez l'utiliser en classe, la modifier, dites-nous comment et surtout si vous l'essayez, n'hésitez pas à nous contacter pour nous dire comment ça s'est passé. Au revoir !