Bonjour, cette capsule fait partie d'une websérie réalisée dans le cadre du projet MathéRéaliser. Il s'agit d'un projet qui s'intéresse à l'utilisation du matériel de manipulation, plus particulièrement dans le cadre l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques au primaire.

Il a débuté grâce à un travail collaboratif avec des personnes qui enseignent au primaire du 1er au 3e cycle. Chacune des capsules traite d'un sujet en lien avec l'utilisation du matériel. Parfois on y présente des tâches, parfois des réflexions sur des enjeux liés à cette utilisation.

Je m'appelle Doris Jeannotte et je suis professeure de didactique des mathématiques à l'UQAM. Et je suis Claudia Corriveau professeure de didactique des mathématiques à l'Université Laval.

Bon visionnement!

Bonjour, aujourd'hui, nous abordons l'activité du jardin. Nous avons déjà présenté cette tâche entre autres dans un article du Bulletin AMQ en 2015 pour mettre en évidence que des matériels différents favorisent le déploiement de raisonnements mathématiques différents.

Dans ce type de tâche où différents raisonnements sont susceptibles d'être déployés par les élèves, nous misons sur un retour qui permet le partage de ces différents raisonnements, la validation par les élèves des diverses solutions et l'on voit, donc, le retour comme une occasion de pousser la réflexion plus loin.

Nous allons donc vous présenter la tâche et les retours que nous avons organisés avec les élèves.

Le problème se lit comme suit:
Ton voisin veut faire un jardin et y planter des carottes, des tomates et de la laitue. Il veut accorder la moitié de la superficie aux carottes et accorder aux tomates une plus grande superficie qu'à la laitue. Il se demande quelle fraction du jardin réserver à chacun des légumes. Propose-lui deux solutions.

Si vous avez du matériel ou un crayon à disposition, prenez quelques minutes pour résoudre ce problème. Vous pouvez mettre sur pause si vous voulez.

Bon, on s'entend, ce problème ne nécessite pas de matériel de manipulation pour se résoudre. L'élève pourrait très bien utiliser un schéma, un dessin pour représenter un jardin puis partitionner son jardin en trois parties en respectant les contraintes du problème, à savoir, la moitié de la superficie est réservée aux carottes et la superficie des tomates doit être plus grande que celle de la laitue.

Effectivement! Toutefois, lorsque cette activité se fait papier-crayon, certains enseignants rapportent que les élèves ont tendance à faire un jardin rectangulaire et à choisir 1) des fractions relativement simples et 2) souvent les mêmes fractions... Il y a donc peu de diversité de réponse.

Afin de stimuler l'émergence de plusieurs solutions différentes, une diversité de matériel de manipulation a été introduite. Donc, lors des expérimentations, les élèves travaillaient en équipe de deux et chaque équipe recevait un matériel différent.

Il y avait des cercles de fractions, des rectangles de fractions, des réglettes, des blocs mosaïques en bois, des blocs mosaïques en carton qu'on avait imprimés, des blocs base 10, des jetons, des centicubes. Bref, il s'agit de matériels qui sont souvent utilisés pour travailler les fractions, qui sont relativement familiers pour les élèves. Toutefois, chacun a des particularités.

Par exemple, le cercle de fractions, la fameuse Pizza, contraint le tout à une forme circulaire.

Du côté du partitionnement, les blocs bases dix étant partitionné en groupe de 10 ou de 100, ça mène à des fractions dont le dénominateur est un diviseur de 100.

Les blocs mosaïques sont relativement flexibles. On peut construire différents touts, pas de besoin de se limiter à un ou deux hexagones jaunes.

Nous avons expérimenté cette activité dans 1 classe de 6^{e} année, 1 classe de 5^{e} et deux classes de 4^{e} année. Le fait d'expérimenter dans 3 niveaux différents a permis de constater la richesse des discussions mathématiques qui peuvent avoir lieu dans les classes en fonction des connaissances mathématiques des élèves, d'où ils en sont dans leur compréhension du concept de fraction. Les retours sont dans chaque cas bien différents.

Dans les quatre classes, une diversité de partitionnement a émergé.

En 4^e et 5^e année, on a vu des façons d'utiliser le matériel très créatives. Par exemple - te souviens-tu Claudia? - en 5^e année, un élève a utilisé le couvercle de la boite de réglettes pour faire son jardin. À priori, on avait l'impression que sa façon de faire ne lui permettrait pas de solutionner le problème. Or, on a constaté qu'il se servait des mesures des côtés pour générer un partitionnement respectant les contraintes.

Qu'a-t-on observé à chacun des niveaux scolaires qui pouvait alimenter le retour à faire avec les élèves?

En quatrième année, nous avons limité le matériel à trois types: le cercle de fractions, les cubes emboitables et les réglettes. Du matériel qui permet de représenter la surface d'un jardin.

On s'est aussi limité à demander une seule solution aux élèves.

Oui, c'est vrai, en 4^e année, l'enjeu principal est la production d'une représentation du jardin qui respecte les contraintes et de nommer les fractions liées à chacun des légumes.

Ce qui est différent des enjeux en 5^{e} et 6^{e} année.

Donc en quatrième année, plutôt que de représenter le jardin par sa superficie, certains enfants vont plutôt représenter et nommer le nombre de légumes dans le jardin, chacun des légumes est alors associé à une couleur.

Le retour a principalement tourné autour de deux enjeux : la formation d'un tout et le respect des contraintes. On pourrait aussi, dans un retour, revenir avec les élèves sur le troisième enjeu soulevé : est-ce que la couleur du matériel est importante?

Tout dépend de ce que vous aimeriez travailler à ce moment-là. Ainsi, ne pas voir une difficulté comme quelque chose à contourner, mais bien à exploiter pour enrichir l'expérience mathématique des élèves.

En 5^{e} et 6^{e} année, les élèves ont travaillé avec une diversité de matériel qui parfois renvoyait davantage à un sens « partie d'un tout de type continue », parfois davantage à un sens « collection », comme les jetons. Ils n'ont eu aucun problème à trouver un partitionnement qui respectait les contraintes,
Le travail a véritablement commencé lorsqu'il était temps de nommer les fractions. Visuellement, un élève peut valider sa proposition, mais il faut donner les fractions...

Outre la demie, les fractions choisies avaient parfois le même dénominateur, parfois non.

C’est en quelque sorte pourquoi la demie avait été choisie pour l’énoncé du problème. De cette façon, on s’assurait qu’au moins deux des fractions n'aient pas le même dénominateur.

Évidemment, l’élève a toujours la possibilité d’utiliser une fraction équivalente à la demie, par exemple quatre huitièmes. Dans ce cas, il aura travaillé les fractions équivalentes autrement que pour réduire les fractions.

Le fait de demander une seconde solution, différente de la première, a permis de travailler l’équivalence de deux solutions chez certaines équipes.

Quel genre de retour, quel genre de discussion ont pu avoir lieu en 5^e et en 6^e?

En 5^e année, la discussion a principalement tourné autour du concept de fractions équivalentes et du comment on s’assure que la solution symbolique fournie à notre voisin est valable.

On a demandé à un ou deux élèves de venir illustrer leur solution avec le matériel à l’avant et ensuite, on a noté au tableau les deux solutions trouvées par plusieurs équipes. On a remarqué que plusieurs solutions étaient équivalentes. On a donc profité de l’occasion pour demander aux élèves combien de solutions différentes on avait trouvées, au sens de combien de jardins différents.

Un retour au travail en sous-groupe a permis aux élèves de « voir » l’équivalence de solution à l’aide de leur matériel.

Ensuite, d’un point de vue de la validation mathématique d’une solution, une discussion a été amorcée sur les conditions à respecter pour s’assurer que notre solution soit la bonne. Comme toutes les solutions étaient bonnes, mais que les élèves avaient des difficultés à verbaliser pourquoi, nous avons demandé aux élèves de juger de la validité de deux solutions qui ne respectaient pas les conditions du problème.

La première ne respectait pas le fait qu’il y avait plus de tomates que de laitues.

La seconde ne respectait pas le tout, c'est-à-dire que la somme était plus grande que 1.

Ici, le matériel a permis de leur donner un vocabulaire pour expliciter leur raisonnement et ainsi être en mesure de verbaliser que pour qu’une solution soit valable on devait s’assurer que la fraction réservée aux tomates soit plus grande que la fraction réservée à la laitue et que la somme des trois fractions devait être égal à un.
Bon, on aurait pu discuter du fait que la somme pouvait être plus petite que 1, mais ça n’a pas émergé de la discussion.

En 6^{e} année, la discussion a principalement tourné autour des solutions équivalentes et sur la résolution d’un nouveau problème qui est de trouver la troisième fraction lorsque la demie et une autre sont déjà données pour pousser la réflexion.

Les élèves de 6^{e} n’ont eu aucune difficulté à verbaliser comment valider une solution et le travail sur les fractions équivalentes n’a pas été aussi long que chez les 5^{e} année.

Ils étaient relativement à l’aise avec la réduction de fractions. C’est donc parce qu’on a remarqué qu’ils partaient principalement des fractions ayant les plus grands dénominateurs pour ensuite réduire à des fractions plus simples que nous avons sauté sur l’occasion de leur proposer un défi supplémentaire.

C’est vrai, souvent, on travaille l’équivalence de fractions en réduisant les fractions. Mais comment travailler l’équivalence de fractions autrement?

Pour vous aider à comprendre, voici ce qu’on leur a proposé:
Soit un jardin qui a la moitié réservée pour les carottes et 3 septièmes pour les tomates, quelle fraction du jardin reste-t-il pour la laitue?

Donc, la solution recherchée est une demie, 3 septièmes et ? 1 quatorzième. (Ou une équivalente)

Contrairement au premier travail où les élèves construisent un jardin qui fonctionne puis nomment les fractions, le partitionnement est imposé et ils doivent conjuguer avec pour trouver la solution.

Le choix de 3 septièmes est important ici. Peu de matériel permet de représenter facilement ni des septièmes ni des quatorzièmes. Donc, pour la majorité des matériels, le tout que les élèves ont construit précédemment doit changer pour être en mesure de résoudre ce nouveau problème.

Afin d’arriver à représenter 1 quatorzième ou son équivalence, la majorité des matériels demande de prendre davantage de pièces et donc d’agrandir le modèle. On peut alors réfléchir avec les élèves au rôle du modèle qu’on a fait, aux aspects importants lorsqu’on nomme les fractions, l’importance du tout de référence ici.
Travailler avec l’idée de « si mon jardin est représenté ainsi, alors, la demie est représentée ainsi », « si mon jardin est représenté plutôt ainsi, alors la demie… » Vous voyez le genre?

Le fait d’avoir pris plusieurs matériels dans la première partie aide. Les élèves n’ont eu aucun problème à interpréter les modèles de jardins des autres élèves. Peu importe le matériel utilisé, il pouvait mener à une réponse valable.

Si on résume Doris ce qu’on retient de ce problème ? Qu’est-ce qu’on dirait pour chaque niveau ?

Les objectifs et enjeux changent selon les niveaux scolaires.

En 4^{e} année, l’idée c’est de poursuivre la familiarisation des fractions. Ce qui est intéressant dans le problème pour les élèves de 4^{e} année, c’est qu’ils doivent représenter le jardin avec trois fractions, dont deux qu’ils vont choisir en respectant les contraintes du problème. L’enjeu est là. Le retour a donc l’objectif de travailler le sens de la fraction, le lien entre les parties et le tout de référence.

En 5^{e} année, la représentation, ça va. Trouver les fractions s'est relativement bien passé moyennant une aide individuelle. Ce que nous avons travaillé lors de la discussion du retour, c'était de voir quelles solutions étaient équivalentes et comment savoir si une solution écrite est valable.

En 6^{e} année, lors du retour, en plus de faire ce qu'on a fait en 5^{e} année, on a travaillé sur la modélisation elle-même comme support pour résoudre un problème en modifiant le problème pour pousser la réflexion plus loin.

Outre les fractions, cette tâche permet aussi de travailler les processus de validation et de modélisation mathématique. Le matériel est essentiellement un modèle pour nous aider à solutionner le problème.

Bref, le matériel ici n'a pas le rôle de faciliter le travail sur les fractions au sens de rendre plus facile. L'utilisation du matériel, comme outil didactique, permet de générer plusieurs solutions et ainsi d'enrichir la discussion mathématique lors des retours.

Voilà, c'est tout pour aujourd'hui. Nous espérons que vous avez apprécié nos réflexions.

Si vous voulez en savoir plus, vous pouvez visiter notre site web à l'adresse MathéRéaliser.com. Si jamais vous l'essayez dans votre classe, n'hésitez pas à nous contacter pour nous dire comment ça s'est passé!

Au revoir, en espérant que vous serez des nôtres lors de notre prochaine capsule vidéo.